

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$  și  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Definim matricele  $A = X \cdot Y^t$  și

$B(a) = aA + I_3$ , unde  $a \in \mathbb{C}$  și  $Y^t$  este transpusa matricei  $Y$ .

**5p** a) Să se determine matricea  $A$ .

**5p** b) Să se calculeze determinantul matricei  $A$ .

**5p** c) Să se arate că matricea  $B(a)$  este inversabilă, oricare ar fi  $a \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{4} \right\}$ .

2. Se consideră polinoamele  $f, g \in \mathbb{Z}_5[X]$ ,  $f = (\hat{3}a + \hat{3}b)X^2 + \hat{2}X + \hat{2}a + \hat{3}b$  și  $g = \hat{2}X^2 + \hat{2}X + \hat{3}a + \hat{2}b$ .

**5p** a) Să se determine  $a, b \in \mathbb{Z}_5$ , astfel încât cele două polinoame să fie egale.

**5p** b) Pentru  $a = b = \hat{2}$ , să se calculeze suma  $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2}) + f(\hat{3}) + f(\hat{4})$ .

**5p** c) Pentru  $a = b = \hat{2}$  să se rezolve în  $\mathbb{Z}_5$  ecuația  $f(x) = \hat{0}$ .