

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră determinantul $d = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze determinantul d .

5p **b)** Să se arate că $d = \frac{1}{2}(a+b+c)((a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2)$.

5p **c)** Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $8^x + 27^x + 125^x - 3 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^x = 0$.

2. În mulțimea numerelor reale definim operația $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$.

5p **a)** Să se verifice dacă $x \circ y = 2(x-3)(y-3) + 3$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Știind că operația este asociativă, utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } n \text{ ori } x} = 2^{n-1}(x-3)^n + 3$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ și orice număr natural $n \geq 2$.

5p **c)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $x \circ x \circ x \circ x = 11$.