

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$.

5p a) Să se verifice dacă $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$, pentru orice $x > 0$.

5p b) Să se determine asimptotele funcției f .

5p c) Să se arate că funcția f este convexă pe $(0, +\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = (x^n + 1) \cdot e^x$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

5p a) Să se determine $\int_0^1 f_0(x) dx$, unde $x \in [0, 1]$.

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f_2 , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

5p c) Să se arate că $\int_0^1 f_{2007}(x) dx + \int_0^1 f_{2009}(x) dx \geq 2 \int_0^1 f_{2008}(x) dx$.