

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2 - 3\sqrt[3]{x}$ .

5p a) Să se verifice dacă  $f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ , pentru orice  $x > 0$ .

5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x_0 = 1$ .

5p c) Să se arate că  $\frac{x+2}{3} \geq \sqrt[3]{x}$ , pentru orice  $x > 0$ .

2. Se consideră funcția  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$ .

5p a) Să se calculeze  $\int (x+1) \cdot f(x) dx$ , unde  $x \in [0, 1]$ .

5p b) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ .

5p c) Folosind faptul că  $(x+1)^2 \geq 4x$  pentru orice  $x \in [0, 1]$ , să se arate că volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $f$  este un număr mai mic sau egal cu  $\frac{\pi}{24}$ .