

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}$ .

5p a) Să se calculeze  $f(0) + f(2)$ .

5p b) Să se verifice că  $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$  pentru orice  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

5p c) Să se determine intervalele de concavitate și de convexitate ale funcției  $f$ .

2. Pentru orice  $n \in \mathbb{N}$  se consideră funcțiile  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{e^x}{e^{nx} + 1}$ .

5p a) Să se calculeze  $\int f_0(x) dx$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $f_1$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=0$  și  $x=1$ .

5p c) Să se arate că  $\int_0^1 f_{n+1}(x) dx \leq \int_0^1 f_n(x) dx$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ .