

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \setminus \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x-2)$ și $h(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$.

5p a) Să se demonstreze că $h(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$.

5p b) Să se rezolve ecuația $h'(x) = \frac{-1}{(x-2)^2} + \frac{1}{x-1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$.

5p c) Să se demonstreze că $\frac{f''(x)}{f'(x)} = \frac{h'(x)}{h(x)} + \frac{f'(x)}{f(x)}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{1, \frac{3}{2}, 2\right\}$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{2007} + x + 1$.

5p a) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției $h: [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x) - x^{2007} - 1$.

5p b) Să se determine primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f , al cărei grafic conține punctul $A(0,1)$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^{2008}}$.