

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3^x + 3x$.

5p **a)** Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .

5p **b)** Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 3^x + 3x}{x^3}$.

5p **c)** Să se determine un număr natural din intervalul $[a, b]$, unde $a = e^3 + 3^e + 3e$ și $b = \pi^3 + 3^\pi + 3\pi$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-2}, & x \in (-\infty, 1] \\ \ln x - 2, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$.

5p **a)** Să se demonstreze că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_1^x (f(t) + 2) dt$.