

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 + 2x + 3}{x + 2}, & x \geq 0 \\ x + b, & x < 0 \end{cases}$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$ .

5p a) Să se determine numărul real  $b$  astfel încât funcția  $f$  să fie continuă în punctul  $x_0 = 0$ .

5p b) Să se determine numărul real  $a$  astfel încât dreapta de ecuație  $y = 2$  să fie asimptotă spre  $+\infty$  a funcției  $f$ .

5p c) Să se arate că pentru  $a = 0$  și  $b = 1$  avem  $f(x) \in (-\infty, 1) \cup \left[\frac{3}{2}, 2\right)$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ .

5p 2. a) Să se calculeze  $\int_1^2 \frac{1}{x^2 + 2x} dx$ .

5p b) Să se demonstreze că  $\int_0^e \frac{x^{2008}}{x^{2008} + 1} dx \leq e$  pentru orice  $x \in [0, e]$ .

5p c) Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  și numerele reale pozitive  $a, b$  și  $c$ . Să se demonstreze că dacă numerele  $\int_1^a f(x) dx$ ,  $\int_1^b f(x) dx$ ,  $\int_1^c f(x) dx$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice, atunci numerele  $a, b, c$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.