

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.

5p a) Să se calculeze $f'(0)$.

5p b) Să se determine coordonatele punctelor de extrem ale funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $f(x) + f(x^3) + f(x^5) + \dots + f(x^{2009}) \geq -1005$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.

5p a) Să se calculeze $\int_{-1}^{10} e^x f(x) dx$.

5p b) Să se determine numărul real pozitiv a astfel încât dreapta de ecuație $x = a$ să împartă aria suprafeței plane determinate de axa Ox , graficul funcției f și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 4$ în două suprafețe cu arii egale.

5p c) Să se determine numărul real p astfel încât volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției $h: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(px)$, pentru orice $x \in [0, 1]$ să fie minim.