

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcțiile $f, h: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ și $h(x) = f^2(x)$.

5p a) Să se determine asimptotele funcției f .

5p b) Să se studieze monotonia funcției h .

5p c) Să se rezolve în intervalul $[0, +\infty)$ inecuația $2x \cdot h'(x) \geq 1$

2. Se consideră funcția $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 + 4x + 3}$.

5p a) Să se demonstreze că $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} + 1$ pentru orice $x \in [0, +\infty)$.

5p b) Să se calculeze $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^2 f(x) dx$.

5p c) Să se determine numărul real pozitiv k astfel încât aria suprafeței plane determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=k$ să fie egală cu $k + \ln k$.