

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{ax+1}{x-3}$ , unde  $a$  este parametru real.

5p a) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât dreapta de ecuație  $y = -2$  să fie asimptotă orizontală către  $+\infty$  a funcției  $f$ .

5p b) Pentru  $a = 0$ , să se rezolve în  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  ecuația  $g'(x) = 0$ , unde funcția  $g: \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$  este definită prin  $g(x) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$ .

5p c) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  pentru care  $f'(1) = 2$ .

2. Se consideră funcția  $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ .

5p a) Să se demonstreze că primitivele funcției  $f$  sunt funcții concave pe  $[0, +\infty)$ .

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $h: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = f(x)$ .

5p c) Să se verifice că dacă  $a > 0$ , atunci  $\frac{1}{a+2} \leq \int_a^{a+1} f(x) dx \leq \frac{1}{a+1}$ .