

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - ex - 1$.

5p a) Să se arate că funcția f este convexă pe \mathbb{R} .

5p b) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ a funcției f .

5p c) Să se determine coordonatele punctului de intersecție dintre tangenta la graficul funcției f în punctul $O(0,0)$ și dreapta de ecuație $x=1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 0 \\ x \cos x, & x \geq 0 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p b) Să se calculeze $\int_{-1}^{\pi} f(x) dx$.

5p c) Să se demonstreze că dacă $\int_a^b f(x) dx = \int_b^c f(x) dx$, unde a, b, c sunt numere reale și funcția

$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f , atunci numerele $F(a), F(b), F(c)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.