

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x - 1$.

5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f''(x)}$.

5p b) Să se determine punctul de minim al funcției f .

5p c) Utilizând faptul că $e^x \geq x + 1$ oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, să se demonstreze inegalitatea $\frac{e^{n+1} - e}{e - 1} \geq \frac{n \cdot (n + 3)}{2}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Se consideră funcțiile $f, g : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$, $g(x) = f''(x)$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^2 (f(x) - x^2 + x - 1) dx$.

5p b) Să se determine primitiva funcției g a cărei asimptotă spre $+\infty$ este dreapta de ecuație $y = 2x$.

5p c) Să se determine numărul real pozitiv a astfel încât aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției g , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = a$ să fie egală cu $2a - \frac{3}{4}$.