

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(e) + f'\left(\frac{1}{e}\right)$.

5p **b)** Să se arate că funcția f este convexă pe $(0, \infty)$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$.

2. Se consideră funcțiile $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = m^2 x^2 + mx + 1$, unde $m \in \mathbb{R}^*$.

5p **a)** Să se demonstreze că primitivele funcțiilor f_m sunt funcții crescătoare, pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 (f_1(x) - x^2 - 1) e^x dx$.

5p **c)** Să se determine $m \in \mathbb{R}^*$ pentru care aria suprafeței plane determinate de graficul funcției f_m , axa Ox și dreptele $x = 0$, $x = 1$ are valoare minimă.