

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} ax-6, & x < 4 \\ \sqrt{x}, & x \geq 4 \end{cases}$, unde a este parametru real.

5p a) Să se determine valoarea reală a lui a , astfel încât funcția f să aibă limită în punctul $x_0 = 4$.

5p b) Pentru $a = 2$ să se calculeze $f'(0) + f'(2) - 6f'(9)$.

5p c) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(9,3)$.

2. Pentru oricare $n \in \mathbb{N}$ se consideră funcțiile $f_n: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_0(x) = 1$ și $f_{n+1}(x) = \int_0^x f_n(t) dt$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

5p a) Să se determine soluțiile ecuației $f_1(x) + f_2(x) = 0$, unde $x \in [0, \infty)$.

5p b) Utilizând metoda inducției matematice să se demonstreze că $f_n(x) = \frac{x^n}{n!}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

5p c) Să se demonstreze că funcția f_n este crescătoare pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.