

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$.

5p a) Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0 = 1$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

5p c) Să se determine soluțiile ecuației $f'(x) + f'(\frac{x}{2}) + f'(\frac{x}{3}) + \dots + f'(\frac{x}{10}) = \frac{1}{10}$, unde $x \in (10, \infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^e + e \cdot x$ și $F(x) = e^x + \frac{x^{e+1}}{e+1} + e \cdot \frac{x^2}{2} + 1$.

5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă funcției f .

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

5p c) Să se calculeze aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției $h: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$h(x) = \frac{f(x) - x^e - ex}{e^x + 1}, \text{ axa } Ox \text{ și dreptele de ecuații } x=0 \text{ și } x=1.$$