

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ e^x, & x < 0 \end{cases}$ .

5p a) Să se studieze continuitatea funcției  $f$  în punctul  $x_0 = 0$ .

5p b) Să se determine ecuația asimptotei către  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .

5p c) Să se demonstreze că funcția  $f$  este concavă pe intervalul  $(0, +\infty)$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{x^2}$  și  $g(x) = x$ .

5p a) Să se verifice că  $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = e - 1$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx$ .

5p c) Să se demonstreze că  $\int_0^1 f(x^n) \cdot g^{2n-1}(x) dx = \frac{e-1}{2n}$ , oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}^*$ .