

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcțiile  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-1)e^x$  și  $g(x) = xe^x$ .

**5p**    a) Să se verifice că  $f'(x) = g(x)$  pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

**5p**    b) Să se determine ecuația asimptotei spre  $-\infty$  la graficul funcției  $g$ .

**5p**    c) Dacă  $I \subset \mathbb{R}$  este un interval, să se demonstreze că funcția  $g$  este crescătoare pe  $I$  dacă și numai dacă funcția  $f$  este convexă pe  $I$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, g: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  date de  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  și  $g(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ .

**5p**    a) Să se arate că  $f'(x) = g(x)$  pentru orice  $x \geq 1$ .

**5p**    b) Să se calculeze  $\int_1^e f(x) \cdot g(x) dx$ .

**5p**    c) Să se rezolve în  $[1, +\infty)$  ecuația  $\int_1^a f(x) dx = 2$ .