

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$ și $g(x) = xe^x$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = g(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției g .

5p c) Dacă $I \subset \mathbb{R}$ este un interval, să se demonstreze că funcția g este crescătoare pe I dacă și numai dacă funcția f este convexă pe I .

2. Se consideră funcțiile $f, g: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ și $g(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

5p a) Să se arate că $f'(x) = g(x)$ pentru orice $x \geq 1$.

5p b) Să se calculeze $\int_1^e f(x) g(x) dx$.

5p c) Să se rezolve în $[1, +\infty)$ ecuația $\int_1^a f(x) dx = 2$.