

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie funcția $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

5p a) Să se verifice că $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -1$.

5p b) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(1, +\infty)$.

5p c) Să se demonstreze că $f(x) + f(x^{2008}) \geq 4$, oricare ar fi $x > 1$.

2. Se consideră funcțiile $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{x}$ și $g(x) = \frac{1}{4} \cdot \ln x$.

5p a) Să se arate că $\int_1^4 f(x) dx = \ln 4 + 2$.

5p b) Utilizând metoda integrării prin părți să se demonstreze că $\int_1^4 g(x) dx = \ln 4 - \frac{3}{4}$.

5p c) Să se arate că există un punct $x_0 \in (1, 4)$ astfel încât $g(x_0) < f(x_0)$.