

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - x + 1$.

5p a) Să se calculeze $f(1) + f'(e)$.

5p b) Să se determine punctele de extrem ale funcției f .

5p c) Să se rezolve în $(0, +\infty)$ ecuația $f(x^{2008}) + f\left(\frac{1}{x^{2008}}\right) = 0$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin $f(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ -x+1, & x < 1 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că $\int_0^2 f(x) dx = 1$.

5p b) Să se determine $a \in (0, 1)$ astfel încât $\int_{-a}^a f(x) dx = 1$.

5p c) Utilizând faptul că $e^x \geq 1$ pentru orice $x \geq 0$ să se calculeze $\int_0^1 xf(e^x) dx$.