

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2}$, pentru orice $x > 0$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se demonstreze că pentru orice $x \in (0, 2]$ este adevărată inegalitatea $\sqrt{x} \cdot f'(x) \leq f(x)$.

2. Se consideră funcțiile $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ date prin $f(x) = e^x + 3x^2 + 2$ și $F(x) = e^x + x^3 + 2x - 1$.

5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx$.

5p c) Să se demonstreze că $\int_0^1 (xf(x) + F(x)) dx = F(1)$.