

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \ln x$.

5p a) Să se arate că $f'(x) = x(2 \ln x + 1)$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.

5p b) Să se studieze existența asimptotei verticale la graficul funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $f(x) \geq -\frac{1}{2e}$, pentru orice $x > 0$.

2. Se consideră funcțiile $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f(x) = 1 + \ln x$ și $g(x) = x \ln x$.

5p a) Să se arate că g este o primitivă a funcției f , care se anulează în $x = 1$.

5p b) Să se calculeze $\int_1^e f(x) \cdot g(x) dx$.

5p c) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției g , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.