

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

**1.** Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \ln x$ .

**5p**    **a)** Să se arate că  $f(1) - f'(1) = 1$ .

**5p**    **b)** Să se determine punctele de extrem ale funcției  $f$ .

**5p**    **c)** Să se demonstreze că pentru orice număr natural nenul  $n$  are loc inegalitatea  $n(n-1) \geq 2 \ln(n!)$ .

**2.** Se consideră integralele  $I = \int_0^1 \frac{e^x}{x+1} dx$  și  $J = \int_0^1 \frac{xe^x}{x+1} dx$ .

**5p**    **a)** Să se verifice că  $I + J = e - 1$ .

**5p**    **b)** Utilizând inegalitatea  $e^x \geq x + 1$ , adevărată pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ , să se arate că  $J \geq \frac{1}{2}$ .

**5p**    **c)** Folosind metoda integrării prin părți să se demonstreze că  $I = \frac{e-2}{2} + \int_0^1 \frac{e^x}{(x+1)^2} dx$ .