

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

5p a) Să se calculeze $f(1) + f(e)$.

5p b) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $(0, e]$.

5p c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin

$$g(x) = f'(x) + \frac{f(x)}{x}.$$

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{1004} + 2008^x$.

5p a) Să se determine $\int f(x) dx$.

5p b) Să se arate că orice primitivă a funcției f este o funcție crescătoare pe \mathbb{R} .

5p c) Să se calculeze $\int_0^1 xf(x^2) dx$.