

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = e^x - x$.

5p a) Să se scrie ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .

5p b) Să se demonstreze că $f(x) \geq 1$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se demonstreze că $\frac{e^{n+1} - 1}{e - 1} \geq \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$ (folosind eventual punctul b).

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de forma $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + p$ unde $m, n, p \in \mathbb{R}$.

5p a) Pentru $m = 0, n = -3, p = 2$, să se calculeze $\int_2^3 \frac{f(x)}{f'(x)} dx$.

5p b) Să se determine $m, n, p \in \mathbb{R}$ știind că $f'(-1) = f'(1) = 0$ și că $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} \int_0^x f(t) dt$.