

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - e \ln x$ .

5p a) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x)}{f'(x)}$ .

5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției  $f$ .

5p c) Să se arate că  $f(x) \geq 0$  pentru orice  $x > 0$  și să se deducă inegalitatea  $e^x \geq x^e$  pentru orice  $x > 0$ .

2. Se consideră funcția  $f : [4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_{2007}^{2008} (f(x+1) - f(x)) dx$ .

5p b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_4^x f(t) dt$ .

5p c) Să se determine  $a > 4$  astfel încât aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 4$  și  $x = a$  să fie egală cu  $\ln 4$ .