

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ .

5p a) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 1$ .

5p c) Să se demonstreze că  $0 < f(x) \leq \frac{1}{2e}$  pentru orice  $x \in [\sqrt{e}, +\infty)$ .

2. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_1^2 \left( f(x) + \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$ .

5p b) Să se arate că primitivele funcției  $f$  sunt funcții monotone.

5p c) Să se verifice că  $\int_1^2 f'(x) f(x) dx = -\frac{22}{81}$ .