

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  de forma  $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x < 0 \\ x^2 + x + a, & x \geq 0 \end{cases}$  unde  $a \in \mathbb{R}$ .

5p a) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât funcția  $f$  să fie continuă în punctul  $x_0 = 0$ .

5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă  $-1$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + 1}{x^2 + x}$ .

2. Se consideră integralele  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{4 + x^2} dx$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se calculeze  $I_1$ .

5p b) Să se demonstreze că  $4I_n + I_{n+2} = \frac{1}{n+1}$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p c) Să se arate că  $0 \leq \int_0^1 \frac{x^n}{4 + x^2} dx \leq \frac{1}{4(n+1)}$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .