

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = x - 2 \ln x$.

5p **a)** Să se rezolve inecuația $f'(x) \leq -1$, unde $x \in (0, +\infty)$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția f este convexă pe intervalul $(0, +\infty)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\sqrt{2} - \ln 2 \geq \ln \frac{e^2}{4}$.

2. Se consideră funcțiile $f_m : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m(x) = m^2 x^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$, unde $m \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_1 f_1(x) dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 e^x f_0(x) dx$.

5p **c)** Să se determine $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $\int_0^1 f_m(x) dx = \frac{3}{2}$.