

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = e^x(ax^2 + bx + c)$ , unde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

5p a) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  pentru  $a > 0$ .

5p b) Să se verifice că  $f'(0) - f(0) = b$ .

5p c) Să se determine  $a, b, c \in \mathbb{R}$  astfel încât  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) = 1$  și  $f''(0) = 4$ .

2. Se consideră integralele  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 1} dx$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se calculeze  $I_1$ .

5p b) Să se demonstreze că  $I_2 \leq I_1$ .

5p c) Să se demonstreze că  $I_{n+2} + I_n = \frac{1}{n+1}$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .