

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^{-x}$.

5p a) Să se arate că f este descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și crescătoare pe $[0, +\infty)$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se rezolve ecuația $f''(x) + f(-x) = 2 - x$, unde f'' este derivata a doua a funcției f .

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^{-x}$.

5p a) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

5p b) Folosind faptul că $x + e^{-x} \geq 1$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$, să se demonstreze că $\int_0^1 e^{-x^2} dx \geq \frac{2}{3}$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x \frac{f(t)}{e^t} dt$.