

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

5p a) Să se calculeze derivata funcției f .

5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $3^{\sqrt{5}} < 5^{\sqrt{3}}$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^{x+1}, & x \leq -1 \\ 2+x, & x > -1 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p b) Să se arate că funcția $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \begin{cases} e^{x+1}, & x \leq -1 \\ \frac{x^2}{2} + 2x + \frac{5}{2}, & x > -1 \end{cases}$ este o primitivă a lui f .

5p c) Să se calculeze $\int_{-2}^0 x f(x) dx$.