

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - e^{-x}$.

5p a) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .

5p b) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $f'(x) = 2$.

5p c) Să se calculeze $S = g(0) + g(1) + \dots + g(2008)$, unde $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f'(x) - f''(x)$ și f'' reprezintă derivata a doua a funcției f .

2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ date prin $f(x) = xe^x$ și $F(x) = (x-1)e^x$.

5p a) Să se verifice că funcția F este o primitivă a funcției f .

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x^4)}{x-1}$.

5p c) Să se demonstreze că $\int_1^x \frac{f(t)f''(t) - (f'(t))^2}{f^2(t)} dt = \frac{x+1}{x} - 2$ pentru orice $x > 1$.