

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 094

1. Se consideră funcțiile $f_n : [0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^{n+1} - (n+2)x + n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se arate că graficele funcțiilor f_n nu admit asimptotă spre $+\infty$.

5p b) Să se arate că, pentru oricare $n \in \mathbb{N}^*$, ecuația $f'_n(x) = 0$ are o unică soluție în intervalul $[0, \infty)$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, unde x_n este unica soluție a ecuației $f'_n(x) = 0$.

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^1 \frac{x^{2n}}{1+x^2} dx$.

5p a) Să se calculeze I_1 .

5p b) Să se arate că $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{2n+1}$, $\forall n \geq 1$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.