

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 074

1. Se consideră funcția $f : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{2+x}{2-x}$.

5p a) Să se determine ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f .

5p b) Să se studieze monotonia funcției f .

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$.

2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(t) = \int_1^2 \left(\frac{t}{x} - e^x\right)^2 dx$ și numerele $A = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$, $B = \int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$.

5p a) Să se arate că $f(t) = At^2 - 2Bt + \frac{e^4 - e^2}{2}$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că $f(2B - t) = f(2B + t)$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se demonstreze că $\left(\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx\right)^2 \leq \left(\int_1^2 e^{2x} dx\right) \left(\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx\right)$.