

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 072

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$.

5p a) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

5p c) Să se demonstreze că funcția f este concavă pe intervalul $(-\infty, -1)$.

2. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcția $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = |\sin nx|$ și numărul $I_n = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{f_n(x)}{x} dx$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^{\pi} f_2(x) dx$.

5p b) Să se arate că $I_n \leq \ln 2$.

5p c) Să se arate că $I_n = \int_{n\pi}^{2n\pi} \frac{|\sin t|}{t} dt, \forall n \in \mathbb{N}^*$.