

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 068

1. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+1} + \ln \frac{2x+1}{2x+3}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

5p **b)** Să arate că $f(x) < 0$, $\forall x \in (0, \infty)$.

5p **c)** Să demonstreze că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln\left(n + \frac{1}{2}\right)$ este strict descrescător.

2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$.

5p **a)** Să se arate că funcția f este impară.

5p **b)** Să se arate că $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

5p **c)** Să se arate că $\int_0^1 f(x) dx \leq e - 2$.