

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 057**

**1.** Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 1$ .

**5p**     **a)** Să se arate că șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$  definit prin  $x_1 = \frac{1}{2}$  și  $x_{n+1} = f(x_n)$ ,  $\forall n \geq 1$  are limită.

**5p**     **b)** Să se arate că funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \begin{cases} xf(x), & x \leq 0 \\ \arctg x, & x > 0 \end{cases}$  este derivabilă pe  $\mathbb{R}$ .

**5p**     **c)** Să se determine cel mai mare număr real  $a$  care are proprietatea  $f(x) \geq a + 2 \ln x$ ,  $\forall x \in (0, \infty)$ .

**2.** Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{-x^2}$  și  $F$  o primitivă a sa.

**5p**     **a)** Să se calculeze  $\int_0^1 xf(x)dx$ .

**5p**     **b)** Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(\cos x) - F(1)}{x^2}$ .

**5p**     **c)** Să se arate că funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = F(x) + f(x)$  are exact un punct de extrem local.