

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 052

1. Se consideră funcția $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{\pi}{x}, & x \in (0,1] \\ 0, & x = 0 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că funcția f este continuă pe $[0,1]$.

5p b) Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției f .

5p c) Să se arate că, dacă $n \in \mathbb{N}^*$, atunci ecuația $f(x) = \cos \frac{\pi}{x}$ are cel puțin o soluție în intervalul $\left(\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}\right)$.

2. Fie funcțiile $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1+x^2)$ și $g : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x \operatorname{arctg} x$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx$.

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 g(x) dx$.

5p c) Să se calculeze aria suprafeței plane mărginită de graficele funcțiilor f și g și de dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.