

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 049

1. Se consideră funcția $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4-3x^2}{x^3}$.

- 5p a) Să se demonstreze că graficul funcției f admite o asimptotă spre $+\infty$.
5p b) Să se determine mulțimea valorilor funcției f .
5p c) Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției $g : [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \arccos f(x)$.

2. Se consideră funcția $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$.

- 5p a) Să se arate că funcția $F : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ este o primitivă a funcției f .
5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției f în jurul axei Ox .
5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{(n+k)\sqrt{n^2+(n+k)^2}}$.