

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 048

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$.

5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

5p b) Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției f .

5p c) Să se demonstreze că funcția f are două puncte de extrem.

2. Fie funcția $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ și șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, $a_n = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sqrt{n^2 - k^2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^1 x f(x) dx$.

5p b) Să se determine volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției f în jurul axei Ox .

5p c) Să se demonstreze că șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ este convergent.