

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 047**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \{1, -1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2 - 1}$ .

5p

a) Să se calculeze  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$ .

5p

b) Să se arate că graficul funcției  $f$  admite asimptotă spre  $+\infty$ .

5p

c) Să se demonstreze că funcția  $f$  admite un singur punct de extrem local.

2. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1+x}{1+x^2}$ .

5p

a) Să se arate că funcția  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$  este o primitivă a funcției  $f$ .

5p

b) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .

5p

c) Să se arate că șirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ , definit de  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{n+k}{n^2+k^2}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ , este convergent.