

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 029**

1. Se consideră  $n \in \mathbb{N}^*$  și funcțiile  $f_n, g_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{2n-1} + x^{2n}, g_n(x) = x^{2n+1} + 1$ .

5p a) Să se verifice că  $f'_n(x) = \frac{g'_n(x)}{x+1} - \frac{g_n(x)}{(x+1)^2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

5p b) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} f'_n\left(\frac{1}{2}\right)$ .

5p c) Să se demonstreze că  $f_n$  are exact un punct de extrem local.

2. Fie șirul  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  dat de  $I_n = \int_0^2 (2x - x^2)^n dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se calculeze  $I_2$ .

5p b) Să se demonstreze că  $(2n+1)I_n = 2nI_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$ .

5p c) Să se determine  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ .