

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 027

1. Fie funcția $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)\arcsin x$.

5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2 - x}$.

5p b) Să se determine punctele în care funcția f nu este derivabilă.

5p c) Să se arate că funcția f este convexă.

2. Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x f(t) dt$.

5p a) Să se arate că funcția F este strict crescătoare pe \mathbb{R} .

5p b) Să se arate că funcția F este bijectivă.

5p c) Să se calculeze $\int_0^a F^{-1}(x) dx$, unde F^{-1} este inversa funcției F și $a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$.