

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 025**

1. Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{2} \ln^2 x$ .

**5p**     a) Să se arate că funcția este convexă pe intervalul  $(0, e]$ .

**5p**     b) Să se determine asimptotele graficului funcției.

**5p**     c) Să se arate că șirul  $(a_n)_{n \geq 3}$ , dat de  $a_n = \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} + \frac{\ln 5}{5} + \dots + \frac{\ln n}{n} - f(n)$ , este convergent.

2. Se consideră funcția  $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cos x$ .

**5p**     a) Să se calculeze aria suprafeței cuprinse între graficul funcției  $f$  și axele de coordonate.

**5p**     b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției  $f$  în jurul axei  $Ox$ .

**5p**     c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right) \left(f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + f\left(\frac{3}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n}{n}\right)\right)$ .