

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 024

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \sin x$.

5p **a)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare.

5p **b)** Să se arate că graficul funcției nu are asimptote.

5p **c)** Să se arate că funcția $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt[3]{f(x)}$ este derivabilă pe \mathbb{R} .

2. Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}, & x > 0. \\ 1, & x = 0 \end{cases}$.

5p **a)** Să se arate că funcția f are primitive pe $[0, \infty)$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 xf(x) dx$.

5p **c)** Folosind eventual inegalitatea $e^x \geq x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, să se arate că $0 \leq \int_0^x f(t) dt < 1, \forall x > 0$.