

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 023

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x + 1$.

5p **a)** Să se arate că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, ecuația $f(x) = 3 + \frac{1}{n+1}$ are o unică soluție $x_n \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$, unde x_n este precizat la **a**).

5p **c)** Să se determine $\lim_{n \rightarrow \infty} n(x_n - 1)$, unde x_n este precizat la **a**).

2. Se consideră funcția $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{1+t} dt$.

5p **a)** Să se arate că $\int_0^a \frac{1}{1+t} dt = \ln(1+a)$, $\forall a > -1$.

5p **b)** Să se arate că $f(x) < \ln(1+x)$, $\forall x > 0$.

5p **c)** Să se arate că $f(\pi) > f(2\pi)$.