

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 017

1. Se consideră șirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, unde $x_1 \in (0,1)$ și $x_{n+1} = \frac{x_n^5 + 3x_n}{4}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se arate că $x_n \in (0,1), \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p b) Să se arate că șirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ este convergent.

5p c) Să se arate că $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+2}}{x_n} = \frac{9}{16}$.

2. Se consideră funcțiile $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = \frac{1}{n^2 + x^2}, n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f_1 , axele de coordonate și dreapta $x=1$.

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 x(f_1(x))^2 dx$.

5p c) Să se arate că $\lim_{n \rightarrow \infty} n(f_n(1) + f_n(2) + f_n(3) + \dots + f_n(n)) = \frac{\pi}{4}$.