

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 089

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = a \\ x_3 - x_4 = b \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}, \text{ unde } a, b \in \mathbb{R}.$$

5p a) Să se arate că, pentru orice valori ale lui a și b , sistemul este compatibil,

5p b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să admită o soluție (x_1, x_2, x_3, x_4) cu proprietatea că x_1, x_2, x_3, x_4 și $x_1 + x_2$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p c) Să se demonstreze că, dacă sistemul are o soluție cu toate componentele strict pozitive, atunci $a + b < 1$.

2. Fie polinomul $f = X^3 - 3X^2 + 5X + 1 \in \mathbb{R}[X]$ și $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ rădăcinile sale.

5p a) Să se calculeze $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$.

5p b) Să se arate că polinomul f nu are nicio rădăcină întreagă.

5p c) Să se calculeze $x_1^2 x_2 + x_1^2 x_3 + x_2^2 x_1 + x_2^2 x_3 + x_3^2 x_1 + x_3^2 x_2$.